

**ADRAN MATHEMATEG / DEPARTMENT OF MATHEMATICS**

**ARHOLIADAU SEMESTER 2 / SEMESTER 2 EXAMINATIONS**

**MAI / MAY 2020**

**MT11310 - Ystadegaeth**

Mae'r cwestiynau ar y papur hwn wedi cael eu hysgrifennu yn y Gymraeg.

Os oes gennych unrhyw gwestiwn am y papur yn ystod yr arholiad, cysylltwch â chyd-gysylltydd y modiwl, Dr Jukka Kiukas, ar [jek20@aber.ac.uk](mailto:jek20@aber.ac.uk).

**Amser a ganiateir - 2 awr**

*Mae'n rhaid cyflwyno eich atebion erbyn 11:30 (amser y DU).*

- Rhoddir marciau llawn am atebion cyflawn i bob cwestiwn.
- Dylai myfyrwyr roi cynnig ar bob cwestiwn **ar bapur**.
- Dylai myfyrwyr **yna** gyflwyno eu hatebion ar safle Blackboard y modiwl hwn.
- Mae tablau ystadegol ar gael ar Blackboard.

**Time allowed - 2 hours**

*Submission must be completed by 11:30 (UK time).*

- Full marks will be given for complete answers to all questions.
- Students should attempt all questions **on paper**.
- Students should **then** submit their answers on the Blackboard site for this module.
- Statistical tables are available on Blackboard.

Fe fydd y prawf blackboard yn cynnwys blychau testun gwag yn ogystal ag opsiynau amlddewis ar gyfer rhoi atebion i mewn. **Mae'r math o ateb a ddisgwylir wedi'i roi yn y blwch testun cyfatebol ar y papur hwn.**

### Cwestiynau

1. Mae gan yr hapnewidyn  $X$  gymedr o  $-\frac{1}{2}$  a gwyriad safonol o 3.
  - (a) (i)  $\mathbb{E}[6X + 5] = \boxed{\text{cyfanrif}}$  a (ii)  $\text{Var}(6X + 5) = \boxed{\text{cyfanrif}}$ .
  - (b) Mae swmp gwerthoedd  $6X + 5$  yn gorwedd rhwng  $\boxed{\text{cyfanrif}}$  a  $\boxed{\text{cyfanrif}}$ .  
(Noder: fe ddylai'r rhif cyntaf fod yn llai na'r ail rif.) [5 marc]

---

2. Mae gan yr hapnewidyn  $X$  dosraniad Pascal,  $\text{Pasc}(r, p)$ , gyda chymedr o 8 ac amrywiant o 24. Yna mae  $r = \boxed{\text{cyfanrif}}$ ,  $p = \boxed{\text{ffracsiwn}}$ , a  $\mathbb{P}(X = 4) = \boxed{\text{gwerth i 3 lle degol}}$ . [5 marc]

---

3. Yn yr achosion canlynol, penderfynwch os yw'r dosraniad Binomial yn addas neu beidio ar gyfer yr hapnewidyn  $X$ . Os ydych yn meddwl ei fod yn addas, rhowch y dosraniad fel  $\text{Bin}(n, p)$  â gwerthoedd addas i  $n$  a  $p$ ; os ddim, cynigwch dosraniad arall synhwyrol.
  - (a) Mae 98% o gydrannau electronig sy'n cael eu gosod mewn llinell gynhyrchu yn gweithio. Gosodir pob cydran fesul un yn y linell gynhyrchu nes bod 800 ohonynt wedi'u cynhyrchu;  $X$  yw nifer y cydrannau sy'n gweithio.  
Ateb:  $\boxed{\text{Bin}(n, p) / \text{arall}}$ .
  - (b) Mae darn arian teg yn cael ei daflu, ac yn cael ei roi ar fwrdd os yw'n glanio gyda "chynffonnau" ar i fyny. Mae hyn yn cael ei ailadrodd ar gyfer 5 darn arian sydd yr un fath;  $X$  yw'r nifer o'r darnau arian sydd ar y bwrdd ar y diwedd.  
Ateb:  $\boxed{\text{Bin}(n, p) / \text{arall}}$ .
  - (c) Mae darn arian teg yn cael ei daflu, ac yn cael ei roi ar fwrdd os yw'n glanio gyda "chynffonnau" ar i fyny. Mae hyn yn cael ei ailadrodd ar gyfer darnau arian sydd yr un fath nes bod 5 darn arian ar y bwrdd;  $X$  yw nifer y tafladau yn y broses.  
Ateb:  $\boxed{\text{Bin}(n, p) / \text{arall}}$ . [5 marc]

---

4. Mae gan yr hapnewidyn  $X$  y dosraniad Binomial  $\text{Bin}(50, \frac{1}{5})$ .
  - (a) Yna mae  $\mathbb{P}(9 < X \leq 14) = \mathbb{P}(X \geq a) - \mathbb{P}(X \geq b)$ , lle mae  $a = \boxed{\text{cyfanrif}}$  a  $b = \boxed{\text{cyfanrif}}$ .  
Felly mae  $\mathbb{P}(9 < X \leq 14) = \boxed{\text{gwerth i 3 lle degol}}$ .
  - (b) Gadewch i  $Y = 50 - X$ . Yna mae  $Y \sim \text{Bin}(50, p)$ , lle mae  $p = \boxed{\text{ffracsiwn}}$ . Felly  $\mathbb{P}(Y < 40) = \mathbb{P}(X \geq c) = \boxed{\text{gwerth i 3 lle degol}}$ , lle mae  $c = \boxed{\text{cyfanrif}}$ . [5 marc]

**5. Mae gan gwestiynau 5-7 y cyd-destun canlynol:**

Mae gan yr ystadegyn  $S$  y ffwythiant dwysedd tebygolrwydd

$$f(s) = \frac{3s^2}{\theta^3}, \quad 0 < s < \theta,$$

Ile mae  $\theta > 0$  yn baramedr anhysbys.

Pa un o'r integrynnau canlynol sy'n hafal i  $\mathbb{P}(\frac{\theta}{2} < S < \theta)$ ?

$\int_S^{2S} \frac{3s^2}{\theta^3} d\theta$   
   $\int_{\theta}^{2\theta} \frac{3s^2}{\theta^3} ds$   
   $\int_{\theta/2}^{\theta} \frac{3s^2}{\theta^3} ds$   
   $\int_{S/2}^S \frac{3s^2}{\theta^3} d\theta$ .

[1 marc]

6. Gwerth  $\mathbb{P}(\frac{\theta}{2} < S < \theta)$  yw *gwerth i 3 lle degol*. [2 farc]

7. Mae gwerth  $\mathbb{P}(\frac{\theta}{2} < S < \theta)$  yn rhoi'r cyfernod hyder ar gyfer y cyfwng hyder  
  $(\theta, 2\theta)$   
  $(S, 2S)$   
  $(\frac{S}{2}, S)$   
  $(\frac{\theta}{2}, \theta)$ . [2 farc]

8. Gadewch i  $\text{Var}(U) = 12$ ,  $\text{Var}(V) = 14$  a  $\text{Var}(U + V) = 20$ . Yna'r cydamrywiant rhwng  $U$  a  $V$  yw *cyfanrif*, a  $\text{Cov}(U + 2V, U - 3V) =$  *cyfanrif*. [5 marc]

9. Mae prosiect adeiladu yn cynnwys 3 cam annibynnol. Mae cost pob cam (mewn £1000) yn annibynnol ac wedi'u dosrannu'n Normal gyda chymedrau 8, 22 a 15, a gwyradau safonol 3, 7 a 5 yn ôl eu trefn.

(a) Mae gan cyfanswm cost y prosiect y gwerth disgwylidig *cyfanrif* a'r gwyrad safonol *gwerth i 3 lle degol*.

(b) Mae'r tebygolrwydd y bydd cyfanswm y gost yn fwy na £50000 yn hafal i *gwerth i 2 lle degol*.

[5 marc]

10. Mae gwasnaeth cwsmeriaid yn derbyn galwadau ar hap ar gyfradd cyfartalog o  $\lambda$  bob awr.

(a) Gadewch i  $N$  ddynodi'r nifer o alwadau a dderbynnir mewn 2 awr. Os yw  $\lambda = 25$ , yna dosraniad  $N$  yw *rhowch y dosraniad*, ac mae  $\mathbb{P}(N \geq 62) =$  *gwerth i 3 lle degol*.

(b) Ystyriwch y prawf rhagdybiaethau  $H_0 : \lambda = 25$  yn erbyn  $H_1 : \lambda > 25$ . O wybod fod 62 galwad wedi'u derbyn mewn cyfnod o 2 awr, y gwerth  $P$  yw *gwerth i 3 lle degol*. Felly *gallwn/ni allwn* wrthod y rhagdybiaeth nwl ar lefel arwyddocâd 5%. [5 marc]

**11. Mae gweddill y cwestiynau (hynny yw cwestiynau 11-17, am gyfanswm o 10 marc) gyda'r cyd-destun canlynol:**

Tybir fod mwy na 60% o boblogaeth fawr wedi'u heintio â chlefyd penodol. Er mwyn darganfod tystiolaeth am hyn (ac er mwyn diystyru'r posibilrwydd mai dim ond 60% sydd wedi'u heintio), cafodd dwy fil o bobl a ddewiswyd ar hap eu profi, a darganfyddwyd fod 1238 ohonynt wedi'u heintio. Gwnaed prawf rhagdybiaeth ar y data.

Y paramedr  $p$  sy'n berthnasol yw

- y gyfran sydd wedi'u heintio o'r 2000 a brofwyd  
 y nifer o'r rhai sydd wedi'u heintio o'r 2000 a brofwyd  
 y gyfran o'r rhai sydd wedi'u heintio o'r boblogaeth  
 y nifer o bobl a brofwyd am yr haint.

[1 marc]

**12. Yr ystadegyn prawf  $X$  sy'n addas ar gyfer prawf rhagdybiaeth Binomial yw disgrifiad mewn ychydig eiriau, a'r gwerth a arsylwir amdano yw cyfanrif.** [1 marc]

**13. Y rhagdybiaeth arall yw**

- $X = 0.6$       $p = 0.6$       $X < 1238$       $X \geq 1238$       $p \geq 0.6$   
  $p < 0.6$       $p > 0.6$       $X = 1238$       $p \leq 1238$ .

[1 marc]

**14. Gan dybio'r rhagdybiaeth nwl, mae gan yr ystadegyn prawf  $X$  gymedr o cyfanrif ac amrywiant o cyfanrif.**

[1 marc]

**15. Y gwerth  $P$  yw'r tebygolrwydd fod**

- $X = 0.6$       $p = 0.6$       $X < 1238$       $X \geq 1238$       $p \geq 0.6$   
  $p < 0.6$       $p > 0.6$       $X = 1238$       $p \leq 1238$ .

[1 marc]

**16. Y dosraniad ar gyfer brasamcan sampl mawr addas o  $X$  yw**

- Pascal     Binomial     Normal     Poisson     Geometrig.

[1 marc]

**17. Gan ddefnyddio'r brasamcan sampl mawr, darganfyddir mai'r gwerth  $P$  yw gwerth i 3 lle degol, ac felly gallwn/ni allwn wrthod y rhagdybiaeth nwl gyda lefel arwyddocâd 5%.**

[4 marc]