PRIFYSGOL ABERYSTWYTH UNIVERSITY

ADRAN MATHEMATEG / DEPARTMENT OF MATHEMATICS

ARHOLIADAU SEMESTER 1 / SEMESTER 1 EXAMINATIONS

IONAWR / JANUARY 2026

MT10610 – Calcwlws

Mae'r cwestiynau ar y papur hwn yn ymddangos yn Gymraeg yn gyntaf. Mae fersiwn Saesneg The questions on this paper are written in English.

Amser a ganiateir - 2 awr

- Rhoddir marciau llawn am atebion cyflawn i bob cwestiwn yn Rhan A ac i dri cwestiwn yn Rhan B.
- Yn Rhan B, rhoddir credyd am y tri ateb gorau.
- Cyfrifianellau Casio FX-83 neu FX-85 YN UNIG a ganiateir.
- Mae modd i fyfyrwyr gyflwyno atebion i'r papur hwn naill ai yn y Gymraeg neu'r Saesneg.

Time allowed - 2 hours

- Full marks will be given for complete answers to all questions in Section A and to three questions in Section B.
- In Section B, credit will be given for the best three answers.
- Casio FX-83 or FX-85 calculators ONLY may be used.
- Students may submit answers to this paper in either Welsh or English.

© 2026 Prifysgol Aberystwyth

Rhan A

1. Dangoswch fod y ffwythiant

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & \text{os yw } x \leq 0, \\ 4 + x & \text{os yw } x > 0, \end{cases}$$

yn ddi-dor ond ddim yn ddifferadwy yn $x = 0$. [5 marc]

2. Darganfyddwch y terfannau

(a)

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x},$$

(b)

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}.$$

[5 marc]

3. Differwch y ffwythiannau

(a)

$$f(x) = e^x \sin x,$$

(b)

$$g(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}.$$

[5 marc]

4. Darganfyddwch y deilliad cyntaf a'r ail ddeilliad o

$$f(x) = \sqrt{\sin x}.$$

[5 marc]

5. Darganfyddwch y ffwythiant f os yw $f''(x) = x^{-3/2}$, $f'(4) = 7$ a $f(0) = 0$. [5 marc]

6. Defnyddiwch yr amnewidiad $u = x^2 + 1$ er mwyn cyfrifo

$$\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,\mathrm{d}x.$$

[5 marc]

7. Defnyddiwch integru fesul rhan er mwyn cyfrifo'r integryn

$$\int_1^8 \frac{2\ln x}{x^2}\,\mathrm{d}x.$$

[5 marc]

8. Darganfyddwch y gwerthoedd lleiaf a mwyaf o $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 6,\ -2 \leq x \leq 3$.
[5 marc]

Rhan B

9. (a) Tybiwch fod f a g yn ffwythiannau differadwy. Dangoswch *o egwyddorion sylfaenol* fod

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)g(x)\right) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

[5 marc]

(b) Differwch $f(x) = kx^3$ o egwyddorion sylfaenol (lle mae k yn gysonyn). [5 marc]

(c) Darganfyddwch dy/dx os yw

$$(3x - y)(2x + 3y) = 8.$$

[5 marc]

(d) Defnyddiwch ddifferu logarithmig i ddarganfod dy/dx os yw

$$y = (2x - 5)^{3x}.$$

[5 marc]

10. (a) Ystyriwch y ffwythiant sin hyperbolig

$$\sinh x = \frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right).$$

Darganfyddwch os yw'n od-ffwythiant, eil-ffwythiant neu dim un o'r ddau. [2 farc]

(b) Dangoswch fod

$$\sinh^{-1} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right).$$

[7 marc]

(c) Dangoswch fod

$$\frac{d}{dx}\left(\sinh^{-1} x\right) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$$

[5 marc]

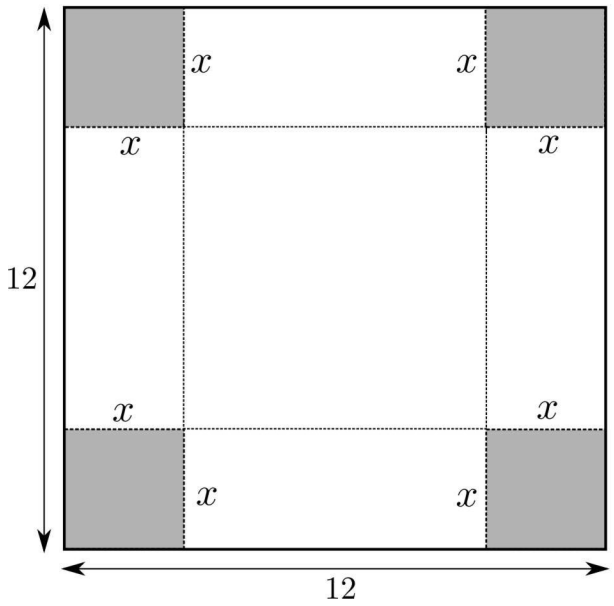
(d) Darganfyddwch

$$\int \sinh^{-1} x \, \mathrm{d}x.$$

[6 marc]

. . . mae'r cwestiynau'n parhau

11. (a) Mae darn sgwâr, 12 cm wrth 12 cm, o gardfwrdd i'w blygu i wneud bocs agored. Rydym yn torri sgwariau ag ymylon x cm o bob cornel ac yn plygu'r ymylon i fyny i greu'r bocs.



Darganfyddwch y cyfaint mwyaf posib gall y bocs ei ddal. [10 marc]

(b) Rhoddir ffwythiant cyflymiad (mewn metrau yr eiliad sgwâr) ar gyfer gronyn sy'n symud mewn llinell syth gan $a(t) = 2(t-1),\ 1 \leq t \leq 4$.

(i) Darganfyddwch ei gyflymder v ar amser t os yw $v(1) = -4$.

(ii) Darganfyddwch ddadleoliad y gronyn dros y cyfwng amser a roddir.

(iii) Darganfyddwch y pellter mae'r gronyn yn ei deithio dros yr amser hwn.

[3,3,4 marc]

12. Ystyriwch y ffwythiant

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x}.$$

(a) Darganfyddwch barth ac amrediad f. [3 marc]

(b) Darganfyddwch y rhyngdoriadau o $y = f(x)$ gyda'r echelinau x ac y. [2 farc]

(c) Darganfyddwch os yw f yn od-ffwythiant, eil-ffwythiant, neu dim un o'r ddau. [2 farc]

(d) Darganfyddwch yr asymptotau llorweddol, fertigol a/neu goleddol i $y = f(x)$. [3 marc]

(e) Darganfyddwch a pennwch natur yr holl bwyntiau critigol o f, a nodwch y cyfyngau lle mae'r ffwythiant yn cynyddu neu'n lleihau. [5 marc]

(f) Brasluniwch y gromlin $y = f(x)$. [5 marc]

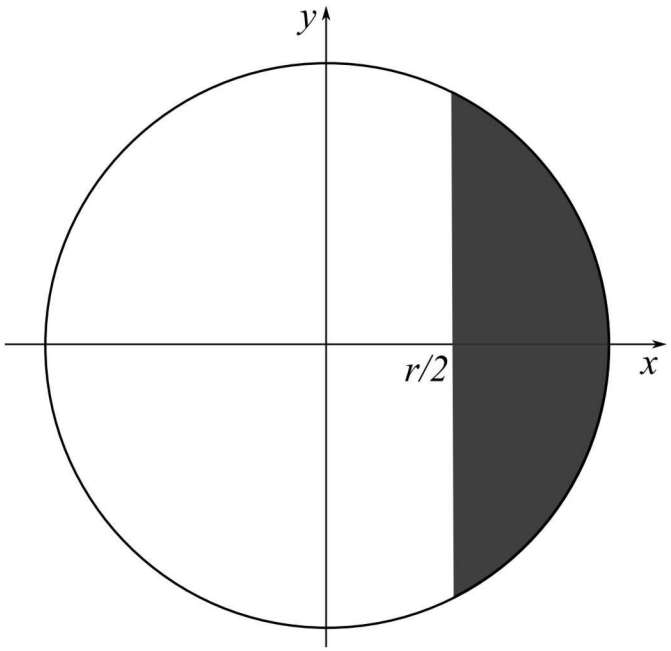
. . . mae'r cwestiynau'n parhau

13. (a) Enrhifwch

$$\int \frac{\cos x}{\sin^2 x - \sin x}\, dx$$

gan ddefnyddio amnewidiad addas. [8 marc]

(b) Yn y ffigur isod, y rhan sydd wedi'i liwio'n dywyll yw'r rhanbarth tu mewn i'r cylch $x^2 + y^2 = r^2$ ar gyfer $r/2 \leq x \leq r$. Defnyddiwch integru er mwyn darganfod arwynebedd y rhanbarth sydd wedi'i liwio. [12 marc]



Diwedd y papur arholiad.