ADRAN FFISEG

DEPARTMENT OF PHYSICS

ARHOLIADAU SEMESTER 1, IONAWR 2026

FG16210 – Algebra a Hafaliadau Differol

Amser a ganiateir – 2 awr

- **Gellir ennill marciau llawn am atebion cyflawn i BOB UN o'r chwe cwestiwn yn Adran A a DAU gwestiwn o Adran B.**
- **Mae'r rhifau mewn cromfachau ar ôl y cwestiynnau yn dangos y dyraniad marciau ar gyfer pob cwestiwn.**
- **Dim ond cyfrifianellau o'r ystod Casio FX83, FX85 neu FX991 y gellir eu defnyddio.**
- **Darperir llyfryn o fformiwlâu mathemategol a chysonion safonol.**
- **MAE MODD I FYFYRWYR GYFLWYNO ATEBION I'R PAPUR HWN NAILL AI YN Y GYMRAEG NEU'R SAESNEG**
- **STUDENTS MAY SUBMIT ANSWERS TO THIS PAPER IN EITHER WELSH OR ENGLISH**

Ar ôl eistedd, DIM OND tudalen flaen y llyfr(au) atebion a'r papur presenoldeb y mae myfyrwyr yn cael eu llenwi.

PEIDIWCH Â THROI'R PAPUR ARHOLIAD DROSODD TAN Y DYWEDIR WRTHYCH AM WNEUD HYNNY.

Adran A

Rhowch gynnig ar BOB cwestiwn yn y llyfrynnau a ddarperir.

1 Rhoddir polynomial cwadratig gan [5]

$$p(x) = a\,x^2 + 5x + 7.$$

Pennwch werthoedd y cysonyn a fel bod gwreiddiau'r cwadratig yn real.

Yn benodol, rhowch werthoedd a lle bod ond un gwreiddyn yn unig.

2 Pennwch werthoedd rhannau real a dychmygol x ac y yn y ffracsiwn cymhlyg isod: [5]

$$\frac{2+i}{1+5i} = x + iy.$$

3 Cyfrifwch ehangiad Taylor i ail drefn y ffwythiant canlynol: [5]

$$f(x) = e^x \cos x.$$

4 Dewch o hyd i'r polynomialau $q(x)$ a $r(x)$ fel bod [5]

$$x^4 + x^3 + 2x^2 - x + 3 = (x^3 - x - 2)\,q(r) + r(x)$$

lle mae gan $r(x)$ radd llai na 3.

5 Ar gyfer pa werthoedd real o x ydy'r rhif cymhlyg $z = x + i\frac{1}{\sqrt{2}}$ yn gorwedd ar y cylch uned? Ar gyfer y gwerthoedd x rydych yn cyfrifo, rhowch y ffurf begynol o'r rhifau cymhlyg z. [5]

6 Mae velosedd v gronyn sy'n cwympo yn cael ei fodelu gan yr hafaliad differol [5]

$$\frac{dv}{dt} = -mg - kv - cv^2 + f\,(1 - e^{-at})$$

lle mae m, g, k, c, f, a yn gysonion. Yn yr hafaliad yma,

i) Nodwch y newidyn dibynnol;

ii) Nodwch y newidyn annibynnol;

iii) Rhowch drefn yr hafaliad differol;

iv) Nodwch a yw'n llinol neu'n anllinol;

v) Nodwch a yw'n homogenaidd neu'n anhomogenaidd.

Adran B

Atebwch DAU gwestiwn.

7 Ystyriwch y teulu o rifau cymhlyg o'r ffurf

$$z(\theta) = e^{i\theta} + 1$$

lle mae θ yn ongl real.

a) Pennwch rannau real a dychmygol $z(\theta) = x(\theta) + i\, y(\theta)$ o ran yr ongl θ. O hyn, dangoswch fod y modwlws yn

$$|z(\theta)| = 2\left|\cos\frac{\theta}{2}\right|.$$

[5]

b) Ar gyfer pa werthoedd o θ ydy $|z(\theta)|^2$ yn uchafswm ac yn y isafswm. Cyfrifwch werthoedd y modwlws-sgwâr ar gyfer y gwerthoedd hyn.

[5]

c) Darganfyddwch holl gwreiddiau'r polynomial $z^6 - z^4 = 0$. Brasluniwch eu safle yn y plân cymhlyg ag ysgrifennwch sylwadau ar unrhyw gwreiddiau dirywiedig.

[5]

8 a) Mae gwrthrych yn syrthio o dan ddisgyrchiant, ac mae'n teimlo effaith gwrthiant aer. Ei hafaliad symudol yw:

$$m\frac{dv}{dt} = mg - m\gamma\, v.$$

Yma, $\gamma > 0$ yw'r term dampio.

Dangoswch y gellir ailysgrifennu'r hafaliad fel $\frac{dv}{dt} = -\gamma\,(v - v_\infty)$ lle mae v_∞ yn gysonyn i'w bennu.

Rhowch dehongliad ffisegol o v_∞, ac ysgrifennwch sylwadau ar y dehongliad ffisegol o'r hafaliad differol ar gyfer yr achosion lle mae $v < v_\infty$ a mae $v > v_\infty$.

[4]

b) Mae gan hafaliad differol trefn gyntaf atebion o'r ffurf $y = C\,x^3 + 1$ lle mae C yn gysonyn mympwyol. Pennwch yr hafaliad differol.

[4]

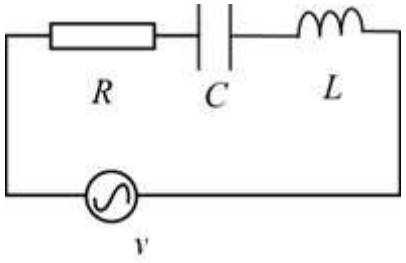
c) Datryswch yr hafaliad differol ar gyfer $x > 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} + 2.$$

O ystyried bod $xln(x) \to 0$ fel bo $x \to 0$ o'r uchod, ysgrifennwch sylwadau ar unrhyw nodweddion anarferol yn yr hafaliad hwn o ran gosod amodau cychwynnol yn $x = 0$.

[7]

9 Gellir cynrychioli cylched drydanol fel cynhwysydd, anwythydd a gwrthydd wedi'u cysylltu mewn cyfres ar draws ffynhonnell foltedd $v(t)$. Gwerthoedd y cydrannau yw $R = 2\ \Omega$, a $L = 1\ \mathrm{H}$. Mae'r cynhwysedd C is diwniadwy.



a) Ysgrifennwch yr hafaliad differol ail-drefn ar gyfer y gwefr $q(t)$.

[2]

b) Ar gyfer pa werthoedd o C ydy'r cylched wedi'i thandampio?

[3]

c) Pennwch yr ateb cyffredinol i'r hafaliad homogenaidd $(v = 0)$ yn yr achos sydd wedi'i dampio'n gritigol.

[3]

d) Yn yr achos sydd wedi'i dampio'n gritigol, pennwch hafaliad y datrysiad cyffredinol pan roddir y foltedd gan

$$v(t) = 3\cos(5t).$$

[7]

DIWEDD Y PAPUR