ADRAN FFISEG

DEPARTMENT OF PHYSICS

ARHOLIADAU SEMESTER 1, IONAWR 2026

FG26020 – Ffiseg Mathemategol

Amser a ganiateir – 3 awr

- **Gellir cael marciau llawn am atebion cyflawn i bob un o'r wyth cwestiwn yn Adran A, a DAU gwestiwn o Adran B**
- **Mae'r rhifau mewn cromfachau ar ôl y cwestiynau yn nodi dyraniad marciau ar gyfer pob cwestiwn.**
- **Dim ond cyfrifianellau o'r gyfres Casio FX83, FX85 neu FX991 y gellir eu defnyddio.**
- **Darperir llyfryn o fformiwlâu mathemategol a chysonion safonol.**
- **Dim ond 1 ochr o Ddalen Grynodeb maint A4 a ganiateir.**
- **MAE MODD I FYFYRWYR GYFLWYNO ATEBION I'R PAPUR HWN NAILL AI YN Y GYMRAEG NEU'R SAESNEG**
- **STUDENTS MAY SUBMIT ANSWERS TO THIS PAPER IN EITHER WELSH OR ENGLISH**

Ar ôl eistedd, gall myfyrwyr gwblhau clawr blaen y llyfr ateb a'r slip presenoldeb yn UNIG.

PEIDIWCH Â THROI'R PAPUR CWESTIYNAU ARHOLIAD DROSODD NES Y CAIFF GYFARWYDDYD I WNEUD HYNNY.

Adran A

Rhowch gynnig ar BOB cwestiwn yn y llyfrynnau a ddarperir

1 Ystyriwch y fectorau: [5]

$$\boldsymbol{a} = 1\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 3\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{b} = 5\boldsymbol{i} + 7\boldsymbol{j} + 9\boldsymbol{k}$$

Olrheiniwch fector $\boldsymbol{c}$ sydd ar ongl sgwâr i'r fector $\boldsymbol{a}$ ag i'r fector $\boldsymbol{b}$

Gwnewch y fector $\boldsymbol{c}$ yn fector uned.

2 Dychmygwch berson yn defnyddio cyfesurynnau pegynol sfferig i lywio o amgylch y byd, lle mae $\theta = 0°$ cyfateb i begwn y Gogledd. Disgrifiwch ystyr y cyfesurynnau r, θ, ϕ yn nhermau lledred, hydred, ac yn y blaen. Nodwch y ffactorau graddfa (scale factors) ar gyfer y system gyfesurynnau pegynol sfferig. Esboniwch yr effeithiau y gall y ffactorau graddfa eu cael mewn termau daearyddol [5]

3 Rhoddwyd maes fector: [5]

$$\boldsymbol{a} = xy\boldsymbol{i} + z\cos x\,\boldsymbol{j} + xy^2\boldsymbol{k}$$

Cyfrifwch $curl\ \boldsymbol{a}$

A yw'r maes fector $\boldsymbol{a}$ yn faes ceidwadol?

4 Cyfrifwch yr integryn llinell: [5]

$$\int_C xy\,dx + x^2\,dy$$

ar hyd y gromlin C a ddiffinnir gan yr hafaliad $y = x^3$ rhwng y pwyntiau.$(0,0)$ a , $(1,1)$

5 O ystyried y matrics: [5]

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

ysgrifennwch y polynomial nodweddiadol ac felly pennwch werthoedd eigen (eigenvalues) A .

6 Ystyriwch y theorem dargyfeirio ar gyfer cyfaint V a roddir gan y ciwb a ddiffinnir gan ,$0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < z < 1$. Ar gyfer yr integryn arwyneb ar ffin y ciwb S, nodwch yr hafaliad ar gyfer pob un o'r 6 wyneb (yn nhermau x, y, z) , ynghyd â'r normal pwyntio allan cyfatebol (yn nhermau $\boldsymbol{i},\ \boldsymbol{j},\ \boldsymbol{k}$) [5]

7 Tybiwch fod gennym ffwythiant wedi'i ddiffinio fel:$f(x)$ [5]

$$f(x) = \begin{cases} 5, & 0 \le x < 2 \\ 0, & 2 \le x < 5 \\ -1, & 5 \le x < 10 \end{cases}$$

Ehangwch ar yr parth $-10 < x < 10$ i wneud:

a) Eil-ffwythiant.
b) Od-Ffwythiant.
c) Ffwythiant nad yw'n od-ffwythiant nac yn eil-ffwythiant.

8 Mae hwn yn gwestiwn ar yr hafaliad ton. [5]

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}.$$

Ar gyfer llinyn o hyd L sy'n cael ei glampio ar x = 0 a x = L sydd hefo yr amodau cychwynnol o:

$$y(x, 0) = 10 \sin\left(\frac{5\pi x}{L}\right) + 15 \sin\left(\frac{12\pi x}{L}\right)$$

ag

$$\frac{\partial y}{\partial t}(x, 0) = 0$$

Datryswch i ddod o hyd i'r ateb penodol.

Adran B

Atebwch DAU gwestiwn

9 a) Hefo maes sgalar V, disgrifiwch ystyr y graddiant $grad\ V$. Beth mae maint a chyfeiriad y fector graddiant yn ei gynrychioli? Os ydych chi'n mynd ar ongl θ mewn perthynas â'r fector graddiant, beth yw'r llethr V y byddwch chi'n ei arsylwi?

[5]

b) Yn achos maes fector $\boldsymbol{a}$ sy'n cynrychioli cyflymder llif hylif, disgrifiwch ystyr y dargyfeiriad $div\ \boldsymbol{a}$. Beth mae'r naill ochr a'r llall i'r theorem dargyfeirio yn ei olygu o ran llif?

[5]

c) O ystyried maes fector:

$$\boldsymbol{a} = (x^2 + y^2)\boldsymbol{i} + 3xy\boldsymbol{j}$$

gwiriwch theorem Green (trwy werthuso'r integryn llinell a'r integryn arwyneb) ar gyfer y rhanbarth trionglog sy'n cael ei ffinio gan y llinellau.$y = 0,\ x = 1,\ y = 3x$

[10]

10 a) Gellir mynegi cyfres Fourier gwir ar gyfer ffwythiant $f(x)$ gyda chyfnod o 2π fel:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{n=\infty} a_n \cos(nx) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx)$$

Lle gall y cyfernodau a_0, a_n, b_n, gael eu mynegi fel;

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin(nx)\,dx$$

Lle mae n yn gyfanrif,0,1,2,3... ayyb

Esboniwch sut gall yr hafaliadau yma gael eu olrheinio. [7]

b) Tybiwch fod ffwythiant yn od-ffwythiant. Esboniwch sut y byddech chi'n defnyddio'r wybodaeth hon wrth gyfrifo cyfres Fourier gwir. $f(x)$

[4]

c) Ar gyfer y ffwythiant a ddiffinnir ar parth $[-\pi, \pi]$

$$f(x) = \{2x \text{ ar gyfer } -\pi < x < \pi\}$$

Cyfrifwch y cyfernodau Fourier ac ysgrifennwch y gyfres Fourier gwir hyd at n = 5 [9]

11 a) Mae plât poeth lled-anfeidrol (semi-infinite) wedi'i gyfeirio yn y plân xy, mae'r ymyl y = 0 yn cael ei gynhesu fel bod ei dymheredd yn $T_0 x$ ac mae'r ymylon $x = 0$ a $x = L$ wedi'u hinswleiddio. Mae'r ymyl $y = \infty$ yn cael ei gadw ar dymheredd o sero. Gwnewch fraslun wedi'i labelu o'r broblem hon. [2]

b) Rhoddir datrysiadau cyffredinol hafaliad Laplace ar gyfer y gosodiad hwn gan

$$T(x,y) = \begin{Bmatrix}\cos(kx)\\ \sin(kx)\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} e^{ky}\\ e^{-ky}\end{Bmatrix}$$

Olrheiniwch y datrysiadau cyffredinol yma drwy ddefnyddio'r dechneg gwahanu newidynnau.

[6]

c) Diffiniwch amodau ffin ar gyfer pob un o'r 4 ymyl ac felly dewiswch datrysiadau cyffredinol priodol. Rhowch amod ar k. [4]

d) Felly datryswch i ddod o hyd i'r cyfernodau a datrysiad penodol y plât poeth. [8]

DIWEDD Y PAPUR