

MATHEMATEG BELLACH

Amser a ganiateir: 1 awr 30 munud

- Dylid ysgrifennu'ch holl atebion yn y llyfrau ateb a ddarperir, gan gynnwys unrhyw ddiagramau, graffiau neu frasluniau. Does dim angen papur graff.
 - Atebwch **bob** cwestiwn yn Rhan A a **dau** gwestiwn o Ran B.
 - Caniateir i ymgeiswyr ddefnyddio cyfrifiannellau, cyhyd â'u bod yn cydymffurfio gyda gofynion byrddau arholi safon uwch. Rhaid rhoi'r gyfrifiannell i unrhyw oruchwylwyr yn yr arholiadau ar eu cais ac mae ganddynt yr awdurdod i atal ymgeiswyr rhag defnyddio unrhyw gyfrifiannellau y maent yn amau nad ydynt yn bodloni'r amodau hyn.
 - Does dim angen tablau ystadegol.
-

Rhan A

1. Symleiddiwch y mynegiadau isod mor bell ag sy'n bosib, dangoswch eich cyfrifiadau.
 - (a) $\left| \frac{i+1}{3-2i} \right| \sqrt{\frac{13}{2}}$ [3 marc]
 - (b) $(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k})$ [2 farc]
 - (c) $\det \left(\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \right)$ [3 marc]

2. (a) Differwch $\sin(\pi x(x^2 + \frac{3}{4}))$ mewn perthynas ag x . [3 marc]
- (b) Cyfrifwch $\int_0^{\frac{1}{2}} (4x^2 + 1) \cos(\pi x^3 + \frac{3\pi}{4}x) dx$ gan ddefnyddio'r canlyniad yn (a). [5 marc]

3. (a) Cynrychiolir y rhif cymhlyg $z = x + iy$, sy'n bodloni $|z - 1| = 2|z + 1|$, gan y pwynt $P(x, y)$ mewn diagram Argand. Dangoswch mai cylch yw locws P . Darganfyddwch radiws a chanol y cylch, a brasluniwch ef. [7 marc]
- (b) Gadewch i $p(z)$ fod yn bolynomial cwadratig â chyfernodau real fel bod y ddau wreiddyn z_1 a z_2 yr hafaliad $p(z) = 0$ ddim yn real.
 - (i) Tybiwch mai 1 yw modwlws z_1 . Eglurwch pam mae'n rhaid mai 1 yw modlws z_2 hefyd. [2 farc]
 - (ii) Tybiwch fod z_1 yn gorwedd ar y locws ystyrwyd yn (a). Eglurwch pam mae'n rhaid bod z_2 ar y locws yma hefyd. [2 farc]
 - (iii) Ymhellach i'r tybiaethau a wneir yn (i) a (ii), tybiwch fod $p(0) = 5$. Darganfyddwch werthoedd a, b, c fel bod $p(z) = az^2 + bz + c$. [6 marc]

4. Mae'r plân Π yn cynnwys y tardd ac mae'n berpendicwlar i'r fector $\mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$.
 - (a) Dangoswch fod y pwyntiau $(1, 1, 1)$ a $(3, 2, 4)$ yn gorwedd yn y plân Π . [3 marc]
 - (b) Ysgrifennwch hafaliad y llinell L sy'n pasio trwy'r pwynt $(1, 2, 3)$ ac sy'n baralel i \mathbf{v} . [2 farc]
 - (c) Darganfyddwch gyfesurynnau pwynt croestoriad L a Π . [3 marc]

5. (a) Darganfyddwch y matricesau 2×2 sy'n cynrychioli'r trawsffurfiadau yn y plân isod:
 - (1) Cylchdro gwrthglocwedd $\frac{\pi}{3}$ radian o amgylch y tardd. [3 marc]
 - (2) Adlewyrchiad yn y llinell $x = 0$. [2 farc]
 - (3) Adlewyrchiad yn y llinell $y = \sqrt{3}x$. [3 marc]
- (b) Y trawsffurfiad T yw'r canlyniad o weithredu (1) yna (2) ac yna (3). Cyfrifwch y matrices 2×2 sy'n cynrychioli T . [3 marc]

6. Ystyriwch y ffwythiant $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x - \sqrt{2}x$, lle mesurir x mewn **radi-anau**.
 - (a) Darganfyddwch gwerthoedd a, b, c fel bod $f'(x) = a \cos(x - b) + c$. [5 marc]
 - (b) Darganfyddwch holl bwyntiau arhosol $f(x)$ yn y cyfwng $0 \leq x \leq 8$. [3 marc]

Rhan B

7. (a) Profwch drwy anwythiad mathemategol bod

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

ar gyfer pob cyfanrif positif n .

[9 marc]

- (b) Gadewch i $f(x) = 1 + \frac{4}{5}x^3$. Defnyddiwch y fformiwla yn (a) i ddarganfod y terfan

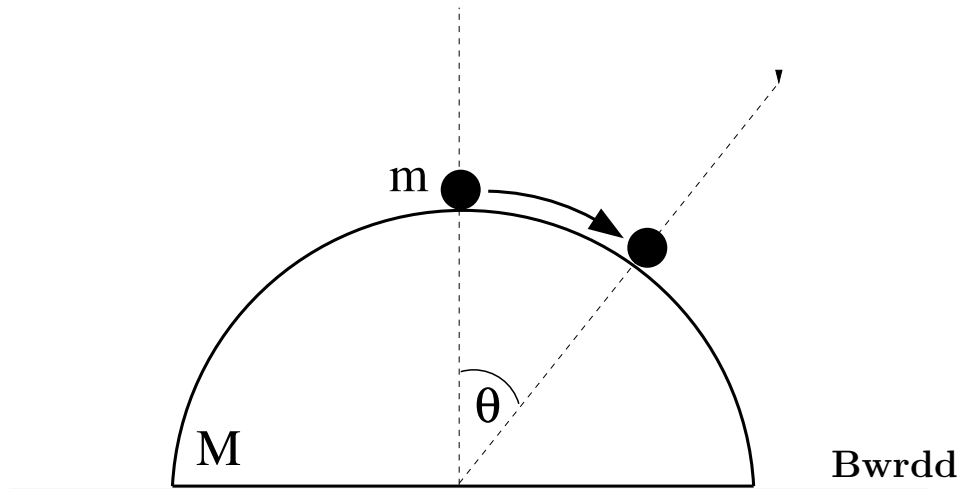
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{5k}{n}\right) \frac{5}{n}.$$

[8 marc]

- (c) Eglurwch pam fod (b) yn gyfrifiad o $\int_0^5 f(x)dx$ o egwyddorion sylfaenol.

[3 marc]

8. Mae gronyn pwynt â màs m yn gorwedd yn ddisymudedd ar hemisffer diffrithiant â radiws R a màs M . Mae'r hemisffer yn gorwedd yn ddisymudedd ar fwrdd diffrithiant, fel y dangosir isod. Trwy ei gyffwrth yn ysgafn iawn mae'r gronyn yn lithro i lawr yr hemisffer at ongl θ o gopa'r hemisffer.



- (a) Gadawer i v_x a v_y ddynodi cyflymderau llorweddol a fertigol y gronyn. Gadawer i V_x ddynodi cyflymder yr hemisffer. Gan ddefnyddio cadwraeth momentwm dangoswch fod $v_x = \frac{M}{m} V_x$. Trwy hyn diddwythwch fod

$$v_y = \tan \theta \left(1 + \frac{m}{M} \right) v_x.$$

[4 marc]

- (b) Gan ddefnyddio cadwraeth egni, a'r canlyniadau yn rhan (a), dangoswch fod cyflymder llorweddol y gronyn yn cael ei roi gan

$$v_x^2 = \frac{2gR(1 - \cos \theta)}{\left(1 + \frac{m}{M} \right) \left(1 + \left(1 + \frac{m}{M} \right) \tan^2 \theta \right)}.$$

[5 marc]

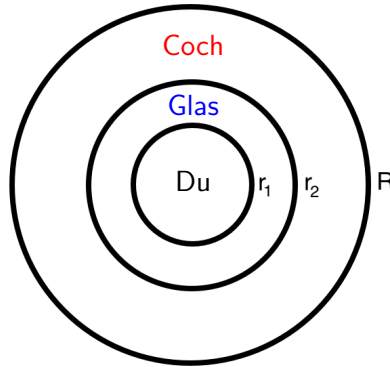
- (c) Gan dybio bod $m = M$, dangoswch fod yr ongl lle mae'r gronyn yn colli cysylltiad â'r hemisffer yn cael ei roi gan yr amod isod

$$\cos^3 \theta - 6 \cos \theta + 4 = 0.$$

Awgrym: mae'r gronyn yn colli cysylltiad pan mae ei gyflymder llorweddol ar ei facsimwm. [8 marc]

- (d) O wybod fod $\cos \theta - 2$ yn ffactor o'r mynegiad yn rhan (c), darganfyddwch yr ongl lle mae'r gronyn yn colli cysylltiad â'r hemisffer. [3 marc]

9. Ystyriwch darged crwn sydd â thri rhan (du, glas a choch). Tybiwch mai R yw radiws y targed, r_1 yw radiws y cylch du yn y canol, ac r_2 yw radiws y ffin rhwng y rhan glas a'r rhan coch (gweler y llun isod).



- (a) Tybiwch fod saethydd penodol yn siŵr o daro'r targed o bellter 40 llath ac mae ei saethau wedi eu dosrannu'n unffurf ar draws y targed. Darganfyddwch y radiysau r_1 ac r_2 yn nhermau R , os yw'r tebygolrwyddau $P(\text{Du})$, $P(\text{Glas})$ a $P(\text{Coch})$ yn y cymarebau 1:2:3. [8 marc]
- (b) Gan dybio eto bod y saethydd yn taro'r targed bob tro, y sgorau ar gyfer coch, glas a du yw k , $2k$ a $3k$, yn ôl eu trefn. Darganfyddwch k fel mai 7 yw y sgôr disgwylidig ar gyfer saeth penodol. [4 marc]
- (c) Tybiwch mai'r tebygolrwydd bydd y saethydd yn taro'r targed yn gostwng i 0.8 os yw ei phellter o'r targed yn cynyddu i 60 llath. Y sgorau newydd ar gyfer coch, glas a du yw 1, 2, a 3, yn ôl eu trefn.
- (i) Cwblhewch y tabl isod ar gyfer y sgôr gydag un saeth:

| x | $P(S = x)$ |
|-----|------------|
| 0 | |
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |

[4 marc]

- (ii) Tybiwch nawr bod y saethydd yn saethu tri saeth o 60 llath. Mae pob saeth yn annibynnol o'r ddau saeth arall, gyda thebygolrwydd o 0.8 ar gyfer taro'r targed, ac wedi ei ddosrannu'n unffurf ar y targed os yw'n taro. Os S_1 , S_2 a S_3 yw'r sgorau a ennillwyd gyda thri saeth, darganfyddwch werth disgwylidig $R = S_1 + S_2 + S_3$. [4 marc]