

MATHEMATEG BELLACH

Amser a ganiateir: 1 awr 30 munud

- Dylid ysgrifennu'ch holl atebion yn y llyfrau ateb a ddarperir, gan gynnwys unrhyw ddiagramau, graffiau neu frasluniau. Does dim angen papur graff.
 - Atebwch **bob** cwestiwn yn Rhan A a **dau** gwestiwn o Ran B.
 - Cewch ddefnyddio cyfrifiannell, ar yr amodau canlynol, sef ei bod yn ddistaw, nad oes angen ffynhonnell allanol o drydan, a'i bod heb ddulliau cyfathrebu arni, a heb allu dal testun na deunydd arall y gellid ei ddefnyddio er mantais annheg i ymgeisydd. Rhaid rhoi'r gyfrifiannell i unrhyw oruchwylwyr yn yr arholiadau ar eu cais ac mae ganddynt yr awdurdod i atal ymgeiswyr rhag defnyddio unrhyw gyfrifiannellau y maent yn amau nad ydynt yn bodloni'r amodau hyn.
 - Darperir tablau ystadegol.
-

Rhan A

1. Integrwch bob un o'r isod mewn perthynas ag x :

(a) $\frac{x^2 + x}{x}$, [3 marc]

(b) $\frac{5}{x - 3}$, [2 farc]

(c) $\frac{1}{\sqrt{9 - x^2}}$. [2 farc]

2. Ysgrifennir delwedd cyfwng A dan effaith ffwythiant f fel $f(A)$; mae'n cynnwys pob $f(x)$ lle mae x yn A ac mae $f(x)$ wedi'i ddiffinio. Ysgrifennir delwedd wrthdro cyfwng B dan effaith ffwythiant f fel $f^{-1}(B)$; mae'n cynnwys pob x lle mae $f(x)$ wedi'i ddiffinio ac mae $f(x)$ yn B .

Gan gymryd y parth i fod yr un mwyaf posib, ar gyfer pob un o'r ffwythiannau isod, darganfyddwch yr holl werthoedd yn $f((0, 1])$ a'r holl werthoedd yn $f^{-1}((0, 1])$:

(a) $f(x) = x^2$, [3 marc]

(b) $f(x) = \ln x$. [3 marc]

3. (a) Brasluniwch y tri loci a roddir gan $|z - 1| = 1$, $|z - e^{i\pi/4}| = 1$ a $|z - 1| = |z - e^{i\pi/4}|$ mewn un diagram Argand. [5 marc]

(b) Darganfyddwch yr holl rifau cymhlyg z sy'n bodloni $|z - 1| = |z - e^{i\pi/4}| = 1$. [7 marc]

4. Diffinnir dilyniant (a_n) gan $a_0 = 3$ ac $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1}$ ar gyfer pob $n = 0, 1, 2, \dots$. Dangoswch drwy anwythiad mathemategol fod $a_n = \frac{3}{3n + 1}$ ar gyfer pob $n = 0, 1, 2, \dots$, gan nodi'n glir y camau perthnasol yn y prawf. [6 marc]

5. Ystyriwch y matricesau 3×3

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Darganfyddwch AB , BA , ac ABA . [3 marc]

(b) Cyfrifwch determinannau A , B ac AB . [3 marc]

(c) Cyfrifwch A^2 , B^2 , a thrwy hyn, neu fel arall, darganfyddwch A^{-1} a B^{-1} . [4 marc]

(d) Dangoswch fod $(AB)^2 = BA$ ac $(AB)^3 = I$, lle I yw'r matrices unfathiant 3×3 . Trwy hyn, darganfyddwch $A^5(AB^3)^{11}(A^3B)^{12}B^{58}$. [5 marc]

6. (a) Ffactoriwch $6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$ mewn i'w ffactorau llinol yn hollol. [5 marc]

(b) Gwahanwch

$$f(x) = \frac{26x(x+1) + 6}{6x^3 + 11x^2 + 6x + 1}$$

i ffrasiynau rhannol.

[5 marc]

(c) Pennwch yr integryn amhendant $\int f(x) dx$ sydd â $f(x)$ fel yn (b). [4 marc]

Rhan B

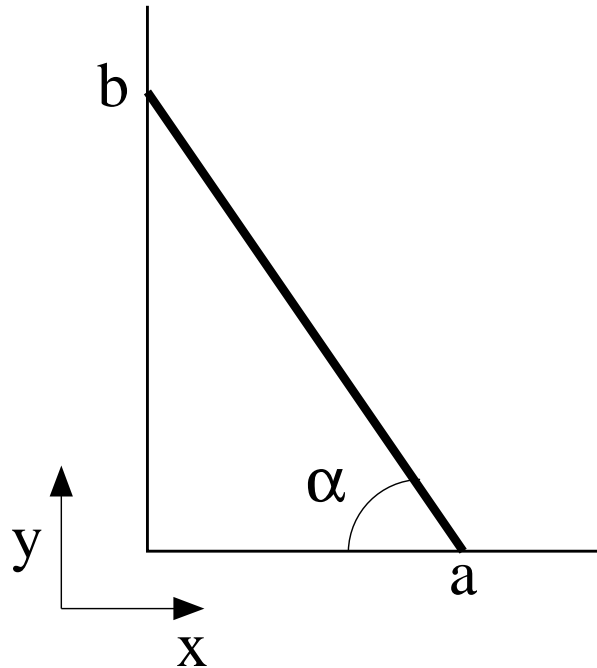
7. Ystyriwch y gromlin sydd â'r hafaliad

$$y = \frac{3x^3 - 4x}{2x^2 - 4}.$$

- (a) Darganfyddwch y pwyntiau lle mae'r gromlin yn croestorri'r echelin- x . [2 farc]
- (b) Ar gyfer pob pwynt arhosol ar y gromlin, darganfyddwch ei gyfesurynnau a phenderfynwch os yw'n bwynt macsimwm neu'n bwynt minimwm. [8 marc]
- (c) Pennwch hafaliadau'r asymptotau'r gromlin. [5 marc]
- (d) Brasluniwch ar y plân- xy y gromlin, y pwyntiau a gafwyd yn (a) a (b), a'r asymptotau a gafwyd yn (c). [5 marc]

8. Mae ysgol yn pwyso yn erbyn wal. Mae'r ysgol yn cyffwrdd y llawr yn y pwynt sydd wedi'i labelu ag a ac yn cyffwrdd y wal yn y pwynt sydd wedi'i labelu â b . Yr ongl rhwng y llawr a'r ysgol yw α fel y dangosir yn y diagram isod.

Y cyfernod ffrithiant statig, μ_{sw} , rhwng yr ysgol a'r wal yw 0.3 a'r cyfernod ffrithiant statig, μ_{sf} , rhwng yr ysgol a'r llawr yw 0.4. Mae craidd màs yr ysgol yn ei chanol hi.



(a) Lluniwch ddiagram gwrthrych rhydd ar gyfer yr ysgol. Ar y diagram, lluniwch a labelwch y grymoedd canlynol sy'n gweithredu ar yr ysgol: F_w , y grym normal oherwydd y wal; F_f , y grym normal oherwydd y llawr; F_g , y grym disgyrchol sy'n gweithredu trwy'r craidd màs; F_{fw} , y grym ffrithiant oherwydd y wal; ac F_{ff} , y grym ffrithiant oherwydd y llawr. [2 farc]

(b) Dangoswch, yn ecwilibriwm statig mae

$$F_w - F_{ff} = 0$$

a

$$F_f + F_{fw} - F_g = 0.$$

[2 farc]

(c) Trwy ystyried y trorym o amgylch craidd màs yr ysgol, dangoswch fod

$$F_w \sin \alpha + F_{ff} \sin \alpha + F_{fw} \cos \alpha - F_f \cos \alpha = 0.$$

[4 marc]

(d) Trwy hyn, darganfyddwch yr ongl minimwm mae'r ysgol yn gallu ffurfio gyda'r llawr fel nad yw'n llithro i lawr. [12 marc]

9. (a) Tybiwch mewn arbrawf i enrhifo cyfrannedd yr anifeiliad mewn poblogaeth sydd â nodwedd genetig penodol, mae 18 anifail yn cael eu samplu; o'r 18 anifail, mae 12 gyda'r nodwedd penodol. Gallwch dybio bod y boblogaeth yn ddigon mawr fel gallwn ystyried hwn fel samplu **gyda dychweliad**.

(i) Os θ yw gwir cyfrannedd yr anifeiliad yn y boblogaeth sydd â'r nodwedd, ac X yw nifer yr anifeiliad sydd â'r nodwedd mewn sampl maint 18, beth yw dosraniad X ? [1 marc]

(ii) Tybiwch fod yr archwilwyr gyda diddordeb mewn penderfynu os yw $\theta > 1/2$. Gwnewch brawf rhagdybiaeth ar gyfer y paramedr θ , gan nodi'n glir y rhagdybiaeth nwl a'r rhagdybiaeth arall, yr ystadegyn prawf, y gwerth-p a'r casgliad. (Defnyddiwch y tabl ar dudalen 5 o'r tablau ystadegol.) [5 marc]

(iii) Yn rhan (ii) beth yw'r parth critigol, sef yr amrediad o werthoedd X lle byddai'r archwilwyr yn gwrthod y rhagdybiaeth nwl o blaid y rhagdybiaeth arall yn y lefel 1%? Cyfiawnhewch eich ateb. (Bydd angen y tabl ar dudalen 5 o'r tablau ystadegol eto.) [3 marc]

(b) Gadewch i $\theta > 0$ fod yn gysonyn hysbys. Tybiwch fod X ac Y yn hapnewidynnau unffurf (petryal) sydd wedi'u **dosrannu'n annibynnol**, lle mae

$$X \sim U[0, \theta]$$

a

$$Y \sim U[0, \theta/2].$$

Gadewch i a a b fod yn ddau rif real a gadewch i $Z = aX + bY$. Cyfrifwch werth disgwyledig ac amrywiant Z , gan ddangos eich gwaith cyfrifo'n glir. [11 marc]