

## MATHEMATEG BELLACH

Amser a ganiateir: 1 awr 30 munud

- Dylid ysgrifennu'ch holl atebion yn y llyfrau ateb a ddarperir, gan gynnwys unrhyw ddiagramau, graffiau neu frasluniau. Does dim angen papur graff.
- Atebwch **bob** cwestiwn yn Rhan A a **dau** gwestiwn o Ran B.
- Caniateir i ymgeiswyr ddefnyddio cyfrifiannellau, cyhyd â'u bod yn cydymffurfio gyda gofynion byrddau arholi safon uwch. Rhaid rhoi'r gyfrifiannell i unrhyw oruchwylwyr yn yr arholiadau ar eu cais ac mae ganddynt yr awdurdod i atal ymgeiswyr rhag defnyddio unrhyw gyfrifiannellau y maent yn amau nad ydynt yn bodloni'r amodau hyn.
- Darperir tablau ystadegol. Noder bod y tablau yn cyfeirio at gynffonnau **llaw dde'r** dosraniadau, hynny yw, tebygolrwyddau ar ffurf  $p = \mathbb{P}(X \geq x)$  lle  $X$  yw hapnewidyn ac  $x$  yw pwynt canran **uchaf** i'w ddosraniad.

---

### Gwybodaeth

- Cynrychiolir cylchdroeon ac adlewyrchiadau 2-D gan fatricsau fel yr isod.

Cylchdro gwrthglocwedd trwy ongl  $\phi$  o amgylch y tarddbwynt :

$$\begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

Adlewyrchiad yn y llinell  $y = (\tan \phi)x$ :

$$\begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix}$$

**Rhan A**

1. Symleiddiwch y mynegiadau isod mor bell ag sy'n bosib, gan ddangos eich cyfrifiadau.

(a)  $5 \frac{1-i}{1-2i} - 3$  [3 marc]

(b)  $(2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - \mathbf{k}) \cdot (5\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k})$  [2 farc]

(c)  $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}^{-1} - 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  [5 marc]

2. Mae rhif cymhlyg  $z = x + iy$  sy'n bodloni  $|z - 3| = |2z + i|$  yn cael ei gynrychioli gan y pwynt  $P(x, y)$  mewn diagram Argand. Dangoswch fod locws  $P$  yn gylch, a darganfyddwch ei radiws a'i ganol. [8 marc]

3. O wybod fod  $-2 + i$  yn wreiddyn yr hafaliad ciwbig

$$x^3 - x^2 - 15x - 25 = 0,$$

darganfyddwch y ddau wreiddyn arall, gan egluro eich dull ar gyfer pob gwreiddyn. [4 marc]

4. Rhif real positif yw  $a$  yn yr isod.

(a) Differwch  $\ln(x(x + a)^2)$  mewn perthynas ag  $x$ . [4 marc]

(b) Gan ddefnyddio canlyniad (a), symleiddiwch

$$\int_a^{2a} \frac{3x^2 + 4ax + a^2}{x^3 + 2ax^2 + a^2x} dx$$

mor bell ag sy'n bosib. [4 marc]

5. Defnyddiwch anwythiad mathemategol i brofi bod

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$$

ar gyfer pob cyfanrif positif  $n$ . [7 marc]

6. Hafaliad y plân  $\Pi$  yw  $x + y + z = 0$ . Mae'r pwynt  $P$  yn gorwedd ar y plân  $\Pi$  ac mae ganddo'r cyfesurynnau  $(1, 2, a)$ . Mae'r llinell  $L$  yn normal i  $\Pi$  ac mae'n mynd trwy  $P$ .

(a) Darganfyddwch werth  $a$ . [1 marc]

(b) Ysgrifennwch hafaliad fector y llinell  $L$ . [3 marc]

(c) Mae pwyntiau  $A$  a  $B$  yn gorwedd ar  $L$ , y ddau ar bellter 3 o  $P$ , ac ar ochrau gwahanol o'r plân  $\Pi$ . Darganfyddwch gyfesurynnau  $A$  a  $B$ . [5 marc]

(d) Darganfyddwch (mewn radianau) yr ongl lem rhwng y llinell  $OA$  a'r plân  $\Pi$ . [4 marc]

7. Ystyriwch y trawsffurfiadau yn y plân isod:

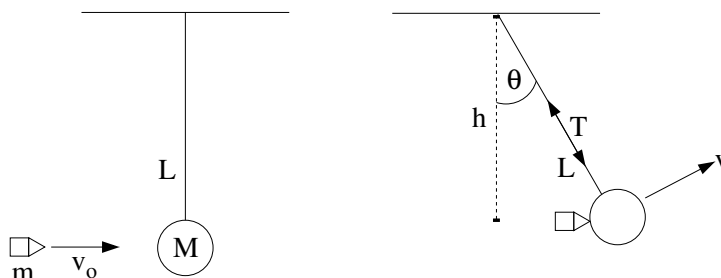
$R_1$  yw'r cylchdro gwrthclocwedd trwy  $\frac{2\pi}{3}$  radian o amgylch y tarddbwynt.

$R_2$  yw'r adlewyrchiad yn y llinell  $x = \sqrt{3}y$ .

- (a) Darganfyddwch y matricesau- $2 \times 2$  sy'n cynrychioli  $R_1$  ac  $R_2$ . [4 marc]
- (b) Trawsffurfiad  $T_1$  yw'r canlyniad o weithredu  $R_1$  ac yna  $R_2$ , a  $T_2$  yw'r canlyniad o weithredu  $R_2$  ac yna  $R_1$ . Darganfyddwch y matricesau sy'n cynrychioli  $T_1$  a  $T_2$ . [4 marc]
- (c) Dangoswch fod  $T_1$  a  $T_2$  yn (b) yn adlewyrchiadau, a darganfyddwch y llinellau y maent yn adlewyrchu ynddynt. [2 marc]

**Rhan B**

8. Ystyriwch y ffwythiant  $f(x) = (\cos x - 3) \sin x + 2x$  lle mae  $x$  mewn **radianau**.
- (a) Dangoswch fod  $f'(x) = a \cos^2 x + b \cos x + c$ , lle mae'r cysonion  $a, b, c$  i'w canfod. [4 marc]
  - (b) Darganfyddwch holl bwyntiau arhosol  $f(x)$  yn y cyfwng  $1 \leq x \leq 7$ , a darganfyddwch eu natur. [12 marc]
  - (c) Eglurwch pam fod gan yr hafaliad  $f(x) = 0$  un gwreiddyn *yn union* yn y cyfwng  $1 \leq x \leq 7$ , a defnyddiwch gyfrifiannell i ddarganfod bras werth y gwreiddyn i gywirdeb 1 lle degol. [4 marc]
9. Mae bloc pren bach sydd â màs  $M$  yn hongian o ben isaf llinyn ysgafn sydd â hyd  $L$ . Yn gychwynnol, mae'r bloc yn ddisymud. Mae bwled sydd â màs  $m$  yn cael ei danio at y bloc â chyflymder llorweddol  $v_0$ . Mae'r bwled yn taro'r bloc ac yn cael ei fewnblannu ynddo.



- (a) Ar ôl y gwrthdrawiad mae'r gwrthrych cyfunol yn siglo ar ddiwedd y llinyn. Ystyriwch y gwrthrych ar yr ennyd y mae'n cyrraedd pellter  $h$  o bwynt sefydlog y llinyn (gweler y ffigur).
  - (i) Ysgrifennwch gydran y grym disgyrchiant sy'n gweithredu ar y gwrthrych yng nghyfeiriad y llinyn, yn nhermau  $M, m, h, L$ , a  $g$  (y cyflymiad disgyrchiant). [4 marc]
  - (ii) Trwy hyn dangoswch fod cyflymder y gwrthrych yn cael ei roi gan

$$v = \sqrt{\frac{L}{(M + m)} \left( T - (M + m)g \frac{h}{L} \right)},$$

lle  $T$  yw maint y grym tyniad  $T$  yn y llinyn. [5 marc]

- (b) Gan ddefnyddio cadwraeth egni, dangoswch fod cyflymder y gwrthrych cyfunol *yn syth* ar ôl y gwrthdrawiad yn cael ei roi gan  $V = \sqrt{2g(L - h) + v_0^2}$ . [5 marc]
- (c) Gan ddefnyddio cadwraeth momentwm, darganfyddwch fynegiad ar gyfer cyflymder cychwynnol  $v_0$  y bwled yn nhermau y mesurau sy'n ymddangos yn y mynegiad uchod ar gyfer  $v$ . [4 marc]
- (d) O wybod fod  $h = 0.8$  metr,  $M = 0.8$  cilogram,  $m = 0.012$  cilogram,  $L = 1.6$  metr and  $T = 4.8$  newton, darganfyddwch werth  $v_0$ . (Defnyddiwch  $g = 9.8 \frac{m}{s^2}$ .) [2 marc]

10. (a) Dymuna ecolegwyr brofi'r ddamcaniaeth y gellir modelu niferoedd yr wyau a geir yn nythod cnocell y coed gan ddsraniad Poisson gyda chymedr 1.6. Cofnodwyd nifer yr wyau ym mhob un o 50 nyth fel yr isod.

	0	1	2	3 neu'n fwy
Amledd	15	16	7	12

- (i) Nodwch ragdybiaethau priodol ar gyfer prawf llwyddiant y ffit. [1 marc]
- (ii) Gwnewch brawf llwyddiant y ffit  $\chi^2$  ar y set ddata yma, gan ddefnyddio lefel arwyddocâd 5%, a nodwch eich casgliad. [9 marc]
- (b) Mewn proses ddiwydiannol sy'n gwneud gwifren ddu, mae diffygion yn digwydd ar hap ar gyfradd o 1.5 fesul 1000 metr o wifren.
- (i) Darganfyddwch y tebygolrwydd bod 2 ddiffyg yn union yn digwydd mewn 1500 metr o wifren. [4 marc]
- (ii) Tybiwch fod yna ddiffyg ar ôl 750 metr o gynhyrchu gwifren. Gadewch i  $L$  (mewn metrau) fod yr hapnewidyn sy'n cyfateb i hyd y wifren a gynhyrchir cyn y diffyg nesaf. Cyfrifwch  $P(L > x)$  a thrwy hyn darganfyddwch  $f(x)$ , sef dwysedd tebygolrwydd  $L$ . [6 marc]