

MATHEMATEG BELLACH

Amser a ganiateir: 1 awr 30 munud

- Dylid ysgrifennu'ch holl atebion (gan gynnwys unrhyw ddiagramau, graffiau neu frasluniau) ar bapur, a'u sganio mewn i **un** ffeil PDF. Nid oes angen papur graff.
- Atebwch **bob** cwestiwn yn Rhan A a **dau** gwestiwn o Ran B.
- Caniateir i ymgeiswyr ddefnyddio cyfrifiannellau, cyhyd â'u bod yn cydymffurfio gyda gofynion byrddau arholi safon uwch. Rhaid rhoi'r gyfrifiannell i unrhyw oruchwylwyr yn yr arholiadau ar eu cais ac mae ganddynt yr awdurdod i atal ymgeiswyr rhag defnyddio unrhyw gyfrifiannellau y maent yn amau nad ydynt yn bodloni'r amodau hyn.

Gwybodaeth a fformiwlâu perthnasol

- Ar gyfer mudiant mewn cylch radiws r , y cyflymder ardraws yw ωr , a maint y cyflymiad rheiddiol yw $\omega^2 r$, lle ω yw'r buanedd onglog.
- Darperir tablau ystadegol. Noder bod y tablau yn cyfeirio at gynffonnau **llaw dde'r** dosraniadau, hynny yw, tebygolrwyddau ar ffurf $p = \mathbb{P}(X \geq x)$ lle X yw hapnewidyn ac x yw pwynt canran **uchaf** i'w ddosraniad.
- Os yw X yn hapnewidyn arwahanol gyda gwerthoedd x_1, \dots, x_n , yna rhoddir cymedr ac amrywiant X gan

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i P(X = x_i), \quad \text{Var}(X) = \sum_{i=1}^n x_i^2 P(X = x_i) - E(X)^2.$$

- Mae fformiwlâu sy'n gysylltiedig â dosraniadau safonol (e.e. ar gyfer tebygolrwydd, cymedr ac amrywiant) ar dudalen gefn y tablau ystadegol.

Rhan A

1. Symleiddiwch y mynegiadau isod cyn belled ag y bo modd, gan ddangos eich gwaith cyfrifo.

(a) $\frac{34}{5i + 3} - \frac{11 - 7i}{2 + i}$ [4 marc]

(b) $|(3\mathbf{i} - 2\mathbf{k}) - (\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k})|$ [3 marc]

(c) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ [4 marc]

2. Datrysych yr hafaliad $2z + 7\bar{z} = 5 - 3i - z$, ar gyfer y rhif cymhlyg z . (Yma, \bar{z} yw cyfiau cymhlyg z .) [6 marc]

3. Eglurwch pam nad oes gan y matrices $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$ unrhyw wrthdro. [2 marc]

4. Ystyriwch y rhifau cymhlyg $z = \frac{1}{2}(\sqrt{3}i - 1)$ ac $w = z^2$.

(a) Mynegwch w ar ffurf $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ lle $r > 0$ a $-\pi \leq \theta \leq \pi$. [6 marc]

(b) Dangoswch fod $w^2 = z$. [2 marc]

(c) Darganfyddwch gyfanrif n fel bod $z^n = 1$, gan egluro eich rhesymu. [2 marc]

5. Cynrychiolir y rhif cymhlyg z sy'n bodloni $|z - 3i| = |z + 1 - i|$ gan y pwynt $P(x, y)$ mewn diagram Argand. Darganfyddwch hafaliad locws P yn nhermau x ac y , a dehonglwg ef yn geometregol. [6 marc]

6. Ystyriwch yr hafaliad cwartig $x^4 + 4x^3 + 11x^2 + 34x + 130 = 0$.

(a) Gadawer i $z = 2i - 3$. Symleiddiwch y mynegiadau z^2 , z^3 , a z^4 , a thrwy hyn, dangoswch fod z yn wreiddyn yr hafaliad uchod. [4 marc]

(b) Darganfyddwch y tri gwreiddyn arall, gan egluro eich dull ar gyfer pob gwreiddyn. [8 marc]

7. Defnyddiwch anwythiad mathemategol i brofi bod

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 2^n & 3^n - 2^n \\ 0 & 3^n \end{pmatrix},$$

ar gyfer pob cyfanrif positif n . [7 marc]

8. Mae gan polynomial cwadratig $f(x)$ cyfernodau real ac mae $f''(0) = -2$. O wybod fod gan yr hafaliad $f(x) = 0$ wreiddyn z sydd ddim yn real, darganfyddwch fynegiadau ar gyfer $f(0)$ a $f'(0)$ yn nhermau z a \bar{z} . [6 marc]

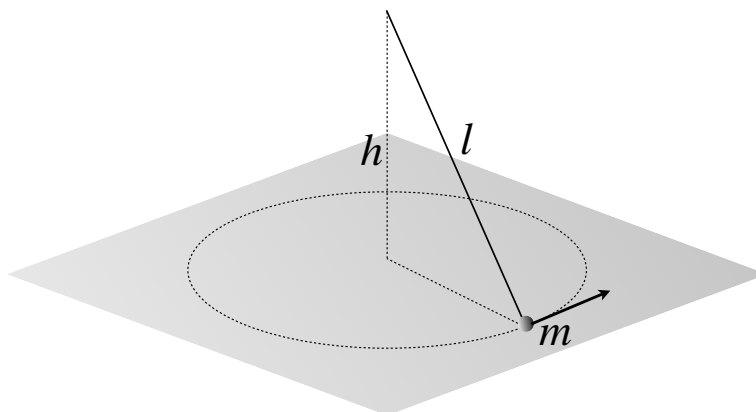
Rhan B

9. Ystyriwch y pwyntiau $A(1, 1, 1)$, $B(2, 0, 3)$, $C(5, 1, 2)$, a $D(4, 2, 0)$. Gadawer i Π fod y plân sy'n cynnwys A , B , a C .

- (a) Darganfyddwch (yn nhermau \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k}) y fectorau \mathbf{AB} , \mathbf{BC} , \mathbf{CD} , a \mathbf{DA} . [2 farc]
- (b) Darganfyddwch hafaliad y plân Π ar ffurf $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = 1$, a thrwy hyn dangoswch fod y pwynt D yn gorwedd yn Π hefyd. [8 marc]
- (c) Dangoswch fod $ABCD$ yn betryal ar y plân Π . [2 farc]
- (d) Darganfyddwch hafaliad fector y llinell L sy'n berpendicwlar i'r plân Π ac yn ei groestorri yng nghanol y petryal $ABCD$. [3 marc]
- (e) Darganfyddwch gyfesurynnau pwynt P sy'n gorwedd ar y llinell L wedi'i bennu yn rhan (d), fel bod y triongl APB yn hafalochrog. [5 marc]

10. Mae gwrthrych, màs m , yn symud mewn cylch ar arwyneb llorweddol llyfn, wedi'i gyfyngu gan llyn ysgafn anestynadwy, hyd l , ynghlwm wrth bwynt ar uchder h uwchben yr arwyneb, fel y dangosir yn y ffigur. Mae buanedd onglog ω y gwrthrych yn aros yn gyson trwy gydol y mudiant, ac mae'r llyn yn dynn.

- (a) Brasluniwch ffigur yn dangos yr holl rymoedd sy'n gweithredu ar y gwrthrych, yn ogystal â chydrannau llorweddol a fertigol y grym tyniant yn y llyn. [4 marc]
- (b) Dangoswch mai $m\omega^2 h$ yw maint cydran fertigol y tyniant. [7 marc]
- (c) Yn y cyfrifiadau sy'n weddill, gadewch $h = 20$ cm, a defnyddiwch y gwerth $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ar gyfer y cyflymiad disgyrchiant.
 - (i) Os yw'r grym adwaith a roddir ar y gwrthrych gan yr arwyneb yn 20% o bwysau'r gwrthrych (mewn maint), darganfyddwch y buanedd onglog ω . [5 marc]
 - (ii) Darganfyddwch y gwerth mwyaf o ω y mae'r gwrthrych yn aros ar yr arwyneb ar ei gyfer. [4 marc]



11. (a) Mae gan yr hapnewidyn arwahanol X y dosraniad tebygolrwydd isod:

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	0.2	0.3	0.2	a	b

Yma, mae a a b yn gysonion positif.

- (i) Dangoswch fod $a + b = 0.3$. [2 farc]
- (ii) O wybod fod $E(X) = 2.8$, darganfyddwch ail hafaliad yn cynnwys a a b .
Trwy hyn, darganfyddwch werth a a gwerth b . [3 marc]
- (iii) O wybod bod X_1 a X_2 yn arsylwadau annibynnol o'r hapnewidyn X ,
darganfyddwch $P(X_1 + X_2 \leq 4)$, gan egluro eich rhesymu. [4 marc]
- (b) Gadawer i N gynrychioli nifer y bysiau sy'n mynd heibio i arhosfan bysiau
mewn awr. Gallwn fodelu N fel hapnewidyn Poisson gyda pharamedr cyfradd
 $\lambda = 1.5$.
- (i) Ysgrifennwch gymedr ac amrywiant N . [2 farc]
- (ii) Os yw $Y = 3N - 4$, beth yw cymedr ac amrywiant Y ? [2 farc]
- (iii) Gan ddefnyddio'r fformiwla briodol ar gyfer tebygolrwydd ar ffurf $P(N = k)$,
cyfrifwch y tebygolrwydd y bydd 3 bws neu lai yn cael eu harsylwi
mewn awr benodol. Dangoswch eich gwaith cyfrifo yn glir. [3 marc]
- (iv) Os mai N_1 , N_2 ac N_3 yw nifer y bysiau sy'n mynd heibio'r arhosfan rhwng
9.00yb a 10.00yb, rhwng 10.00yb a 11.00yb a rhwng 11.00yb a 12.00yp yn
ôl eu trefn, beth yw dosraniad $M = N_1 + N_2 + N_3$, sef nifer y bysiau sy'n
mynd heibio rhwng 9.00yb a 12.00yp? [2 farc]
- (v) Gydag M fel yn (iv), darganfyddwch $P(M \geq 2)$, gan ddefnyddio naill
ai fformiwla briodol neu dabl tebygolrwydd. Nodwch yn glir pa ddull a
ddefnyddiwyd gennych. [2 farc]