

## MATHEMATEG BELLACH

Amser a ganiateir: 1 awr 30 munud

- Dylid ysgrifennu'ch holl atebion (gan gynnwys unrhyw ddiagramau, graffiau neu frasluniau) ar bapur, a'u sganio mewn i **un** ffeil PDF. Nid oes angen papur graff.
- Atebwch **bob** cwestiwn yn Rhan A a **dau** gwestiwn o Ran B.
- Caniateir i ymgeiswyr ddefnyddio cyfrifiannellau, cyhyd â'u bod yn cydymffurfio gyda gofynion byrddau arholi safon uwch. Rhaid rhoi'r gyfrifiannell i unrhyw oruchwylwyr yn yr arholiadau ar eu cais ac mae ganddynt yr awdurdod i atal ymgeiswyr rhag defnyddio unrhyw gyfrifiannellau y maent yn amau nad ydynt yn bodloni'r amodau hyn.

---

### Gwybodaeth a fformiwlâu perthnasol

- Pwerau o rifau cymhlyg:  $(r(\cos \theta + i \sin \theta))^n = r^n(\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$ .
- Darperir tablau ystadegol. Noder bod y tablau yn cyfeirio at gynffonnau **llaw dde'r** dosraniadau, hynny yw, tebygolrwyddau ar ffurf  $p = \mathbb{P}(X \geq x)$  lle  $X$  yw hapnewidyn ac  $x$  yw pwynt canran **uchaf** i'w ddosraniad.
- Mae fformiwlâu sy'n gysylltiedig â dosraniadau safonol (e.e. ar gyfer tebygolrwydd, cymedr ac amrywiant) ar dudalen gefn y tablau ystadegol.

**Rhan A**

1. Symleiddiwch y mynegiadau isod cyn belled ag y bo modd, gan ddangos eich gwaith cyfrifo.

(a)  $\frac{4i + 3}{(3 - i)^2}$ ; [4 marc]

(b)  $|2(\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + \mathbf{k}) + (\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}) + (\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - \mathbf{k})|$ ; [4 marc]

(c)  $\left( \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^{-1} - \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \right)^{-1}$ . [6 marc]

2. Datrysych yr hafaliad  $5z - 4\bar{z} = 3\bar{z} + 8 - i + 7z$ , ar gyfer y rhif cymhlyg  $z$ . (Yma,  $\bar{z}$  yw cyfiau cymhlyg  $z$ .) [6 marc]

3. Pennwch werth  $a$  fel nad oes gan y matrices  $\begin{pmatrix} 7 & -1 \\ 4 & a \end{pmatrix}$  wrthdro. [3 marc]

4. Ystyriwch y rhif cymhlyg  $z = \frac{1}{10}(3i + 4)$ .

(a) Mynegwch  $z$  ar ffurf  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  lle mae  $r > 0$  a  $-\pi \leq \theta \leq \pi$  (mewn radiannau i 3 lle degol). [4 marc]

(b) Cynrychiolwch  $z$  a  $z^2$  fel pwyntiau mewn diagram Argand. [3 marc]

(c) Darganfyddwch y cyfanrif positif lleiaf  $n$  fel bod rhan dychmygol  $z^n$  yn negatif, gan egluro eich rhesymu. [4 marc]

(d) Darganfyddwch y cyfanrif positif lleiaf  $n$  fel bod  $|z^n| < 10^{-4}$ , gan egluro eich rhesymu. [3 marc]

5. Cynrychiolir y rhif cymhlyg  $z$  sy'n bodloni  $2|z - 2| = |3z - 1 + i|$  gan y pwynt  $P(x, y)$  mewn diagram Argand. Darganfyddwch hafaliad locws  $P$  yn nhermau  $x$  ac  $y$ , a dehonglwrch ef yn geometregol. [8 marc]

6. Ystyriwch y polynomial  $f(x) = 5x^3 + 13x^2 + 9x + c$ , lle mae  $c$  yn gysonyn.

(a) Pennwch werth  $c$  fel bod  $f\left(\frac{2}{5}\right) = 0$ . [2 marc]

(b) Ar gyfer gwerth  $c$  a ddarganfyddir yn (a), darganfyddwch holl wreiddiau yr hafaliad  $f(x) = 0$ , gan egluro eich dull ar gyfer pob gwreiddyn. [6 marc]

7. Profwch, drwy anwythiad mathemategol, bod

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}^n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + 5^n & 1 - 5^n \\ 1 - 5^n & 1 + 5^n \end{pmatrix},$$

ar gyfer pob cyfanrif positif  $n$ . [7 marc]

**Rhan B**

8. Hafaliad y plân  $\Pi$  yw  $x + 2y + 3z = 6$ . Mae llinell  $L_1$  yn pasio trwy pwynt  $A(2, 3, 4)$ , yn berpendicwlar i  $\Pi$ , ac yn croestorri  $\Pi$  yn y pwynt  $B$ . Ymhellach, mae gan pwynt  $C$  y cyfesurynnau  $(2, 2, 0)$ , a hafaliad fector llinell  $L_2$  yw  $\mathbf{r} = 3\mathbf{j} + \lambda(\mathbf{j} - 2\mathbf{i})$ .

- (a) Ysgrifennwch hafaliad  $L_1$  ar ffurf Cartesaidd. [3 marc]
- (b) Darganfyddwch gyfesurynnau  $B$ . [4 marc]
- (c) Dangoswch fod (i)  $C$  yn gorwedd ar  $L_2$ , a (ii) bod  $L_2$  yn gorwedd ar  $\Pi$ . [4 marc]
- (d) Darganfyddwch yr onlgau a hydoedd ochrau'r triongl  $ABC$ . [9 marc]

9. Y fector safle  $\mathbf{x}$  (metrau) ar amser  $t$  eiliad gwrthrych o fàs  $M$  yw

$$\mathbf{x} = \sin(3t)\mathbf{i} + \cos(3t)\mathbf{j} + e^{-2t}\mathbf{k}.$$

Egni cinetig y gwrthrych (ar  $t = 0$ ) yw 13 J.

- (a) Darganfyddwch (i 2 le degol) yr amser pan mae'r gwrthrych yn pasio trwy'r plân  $z = 0.5$ , a nodwch y cyfesurynnau y pwynt croesi (i 2 le degol). [4 marc]
- (b) Disgrifiwch (mewn ychydig eiriau) natur mudiant y gwrthrych ar gyfer gwerthoedd mawr  $t$ , gan gyfiawnhau eich rhesymu. [3 marc]
- (c) Darganfyddwch fynegiant ar gyfer y fectorau cyflymder a chyflymiad  $\mathbf{v}$  ( $\text{ms}^{-1}$ ) ac  $\mathbf{a}$  ( $\text{ms}^{-2}$ ) o'r gwrthrych ar amser  $t$  eiliad. [4 marc]
- (d) Cyfrifwch y mäs  $M$ , ac felly'r egni cinetig y gwrthrych ar amser  $t$  eiliad. [5 marc]
- (e) Darganfyddwch, ar ffurf fector, y grym sy'n gweithredu ar y gwrthrych ar amser  $t$  eiliad. [2 marc]
- (f) Cyfrifwch (i 2 le degol) y gwaith a wneir gan y grym sy'n gweithredu ar y gwrthrych yn ystod yr eiliad gyntaf (h.y. o  $t = 0$  i  $t = 1$  eiliad). [2 marc]

10. (a) Ar bwynt penodol ar lwybr beicio, mae beicwyr sy'n mynd heibio yn cael eu cyfrif yn ystod cyfnodau arsylwi o 10-munud. Ar gyfer pob cyfnod, gellir modelu nifer y beicwyr sy'n mynd heibio trwy drosraniad Poisson.

(i) Yn seiliedig ar gofnodion y gorffennol, nifer cyfartalog y beicwyr sy'n mynd heibio mewn 10 munud yw 11. Darganfyddwch (i 4 lle degol) y tebygolrwydd bod 3 beiciwr yn union yn mynd heibio'r pwynt mewn cyfnod 10-munud. [2 farc]

(ii) O ystyried cyfartaledd y gorffennol yn (i), darganfyddwch (i 4 lle degol) y tebygolrwydd y bydd o leiaf 14 o feicwyr yn mynd heibio mewn cyfnod 10-munud. [2 farc]

(iii) Er mwyn hybu'r defnydd o'r llwybr beicio, gwnaed rhywfaint o waith gwella. Gadewch i  $p$  fod y tebygolrwydd y bydd o leiaf 14 o feicwyr yn mynd heibio'r pwynt mewn cyfnod 10-munud, ar ôl y gwelliant. Cafodd y nifer a aeth heibio eu cyfrif mewn pum cyfnod 10-munud gwahanol;  $X$  yw nifer y cyfnodau hynny y mae o leiaf 14 o feicwyr yn mynd heibio. Y canlyniad oedd  $X = 4$ .

Gan ddefnyddio  $X$  fel yr ystadegyn prawf, cynhaliwch brawf rhagdybiaeth i asesu tystiolaeth bod  $p$  yn fwy na'r gwerth blaenorol a ddarganfuwyd yn (ii). Nodwch yn glir y rhagdybiaethau, a dosraniad  $X$  gan dybio'r rhagdybiaeth nwl. Cyfrifwch y gwerth- $p$  a nodwch eich casgliad gan ddefnyddio lefel arwyddocâd 1%. [8 marc]

(b) Mewn arbrawf seicoleg, mae gan ymchwilyr ddiddordeb mewn sefydlu a yw llygod mawr yn ffafrio llwybrau penodol trwy ddrysfa. Yn yr arbrawf, caniatwyd i 100 o lygod mawr ddewis llwybr trwy'r ddrysfa. Dangosir nifer y llygod mawr sy'n dilyn pob un o'r pedwar llwybr posibl yn y tabl isod:

Llwybr	1	2	3	4
Nifer y llygod mawr	23	22	30	25

Cynhaliwch brawf  $\chi^2$  ar y lefel arwyddocâd 10% i ganfod a oes tystiolaeth o ffafriaeth ar gyfer llwybrau penodol. Gwnewch yn siŵr eich bod yn nodi'r rhagdybiaeth nwl, y gradd o ryddid, y gwerth critigol ar gyfer y prawf hwn, a'r fformiwla ar gyfer yr ystadegyn rydych chi'n ei gyfrifo. [8 marc]