PRIFYSGOL ABERYSTWYTH UNIVERSITY

ARHOLIADAU YSGOLORIAETH
CHWEFROR 2025

MATHEMATEG

Amser a ganiateir: 1 awr 30 munud

- Dylid ysgrifennu'ch holl atebion (gan gynnwys unrhyw ddiagramau, graffiau neu frasluniau) ar bapur, a'u sganio mewn i **un** ffeil PDF. Nid oes angen papur graff.
- Atebwch **bob** cwestiwn yn Rhan A a **dau** gwestiwn o Ran B.
- Caniateir i ymgeiswyr ddefnyddio cyfrifianellau, cyhyd â'u bod yn cydymffurfio gyda gofynion byrddau arholi Safon Uwch. Rhaid rhoi'r gyfrifiannell i unrhyw oruchwylwyr yn yr arholiadau ar eu cais ac mae ganddynt yr awdurdod i atal ymgeiswyr rhag defnyddio unrhyw gyfrifianellau y maent yn amau nad ydynt yn bodloni'r amodau hyn.

Gwybodaeth

- Darperir tablau ystadegol. Noder bod y tablau yn cyfeirio at gynffonnau **llaw dde'r** dosraniadau, hynny yw, tebygolrwyddau ar ffurf $p = \mathbb{P}(X \geq x)$ lle hapnewidyn yw X a phwynt canran **uchaf** i'w ddosraniad yw x.
- Mae fformiwlâu sy'n berthnasol i ddosraniadau safonol (e.e. ar gyfer tebygolrwydd, cymedr ac amrywiant) ar dudalen gefn y tablau ystadegol.

© 2024 Prifysgol Aberystwyth

Rhan A

1. Symleiddiwch y mynegiadau isod cyn belled ag y bo modd, gan ddangos eich gwaith cyfrifo yn glir.

(a) $\left(\dfrac{1}{a+3} - \dfrac{2a+1}{a^2+a-6}\right)^{-1} + a;$ [6 marc]

(b) $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{1+\sqrt{3}}}.$ [6 marc]

2. O dan amodau addas, gellir modelu twf bacteriol fel a ganlyn: ar amser t awr, nifer y bacteria mewn sampl yw $N = Ce^{at}$ lle mae C ac a yn gysonion.

(a) Eglurwch ystyr y cysonyn C yn y cyd-destun hwn. [1 marc]

(b) Tybiwch fod nifer y bacteria yn y sampl yn dyblu bob 4 awr. Darganfyddwch werth a, i bedwar lle degol. [4 marc]

(c) Darganfyddwch yr amser mae'r sampl yn cynnwys 100 gwaith y nifer cychwynnol o facteria. [3 marc]

3. Datryswch yr hafaliad $\ln(1+x) = \ln x + 3$ ar gyfer x (i 3 lle degol). [4 marc]

4. (a) Heb ddefnyddio unrhyw frasamcanion degol, datryswch yr hafaliad

$$\left(\sin\theta - \tfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\sin\theta - \tfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

ar gyfer gwerthoedd θ rhwng 0° ac 180°. [5 marc]

(b) Dangoswch y gellir ysgrifennu'r hafaliad yn (a) yn gywerth â

$$\sqrt{8}\cos^2\theta + a\sin\theta = b,$$

a darganfyddwch werthoedd a a b. [4 marc]

5. Gadawer i $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 3$, ar gyfer pob gwerth real x.

(a) Darganfyddwch yr amrediad o werthoedd x lle mae $f(x)$ yn ffwythiant lleihaol. [5 marc]

(b) Darganfyddwch yr amrediad o werthoedd x lle mae'r deilliad $f'(x)$ yn ffwythiant cynyddol. [2 farc]

6. Yn y datganiadau A a B isod, rhifau real yw x ac y.

A Os yw $(x-y)^2 = (2x-4y)^2$, yna mae $x = 3y$.

B Os yw $x = 3y$, yna mae $(x-y)^2 = (2x-4y)^2$.

Yn y ddau achos, nodwch p'un ai bod y datganiad yn wir neu'n anwir. Cyfiawnhewch eich ateb trwy roi prawf (os yw'n wir), neu wrthenghraifft (os yw'n anwir). [5 marc]

7. Darganfyddwch yr integryn amhendant $\int(2x^3 - x^{-5} + 3x^{-\frac{4}{5}} - x^{\frac{2}{3}})dx$. [4 marc]

8. Fectorau safle y pwyntiau A a B yw $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ a $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$.

(a) Darganfyddwch y pellter rhwng A a B. [3 marc]

(b) Mae pwynt P yn rhannu'r llinell AB fel bod $AP : PB = 3 : 5$. Darganfyddwch, yn nhermau $\mathbf{i}$ a $\mathbf{j}$, fector safle P. [4 marc]

(c) Fectorau safle y pwyntiau C a D yw $\mathbf{c} = \mathbf{b} + 6\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ a $\mathbf{d} = \mathbf{a} + 3\mathbf{i} + \mathbf{j}$. Darganfyddwch y fector $\mathbf{CD}$ a phennwch p'un ai yw'n baralel i $\mathbf{AB}$, gan egluro eich ymresymiad. [4 marc]

Rhan B

9. Mae gan gromlin C yr hafaliad

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0.$$

(a) Dangoswch fod C yn gylch drwy ailysgrifennu'r hafaliad mewn ffurf cywerth addas, a nodwch radiws a chyfesurynnau canol C. [6 marc]

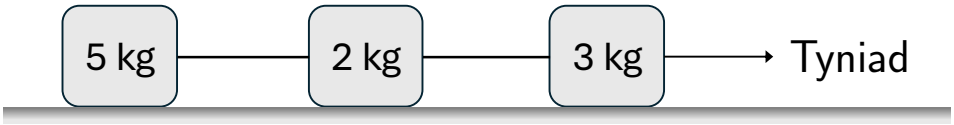
(b) Dangoswch fod C yn mynd drwy'r tarddbwynt. [1 marc]

(c) Mae pwynt P yn gorwedd ar y cylch C gyferbyn â'r tarddiad yn ddiametrig. Nodwch gyfesurynnau P. Cyfiawnhewch eich ateb trwy fraslunio ffigur yn dangos y geometreg berthnasol. [2 farc]

(d) Darganfyddwch y pwyntiau lle mae C yn croestorri'r llinell $y = 3x - 20$. [6 marc]

(e) Dangoswch fod y pwynt $(1, 1)$ yn gorwedd ar y cylch C, a darganfyddwch hafaliad y llinell sy'n tangiadol i C ar y pwynt hwn. [5 marc]

10. Mae tri bloc yn cael eu tynnu'n llorweddol ar arwyneb rhew diffrithiant gan ddefnyddio rhaffau llorweddol (màs dibwys) wedi'u halinio â chyfeiriad y tyniad, ac yn cadw'n dyn, fel y dangosir yn y diagram isod. Maint y cyflymiad canlyniadol y tri bloc yw $3\,\mathrm{m/s^2}$.



(a) (i) Gan ystyried y tri bloc fel gwrthrych cyfansawdd, brasluniwch ddiagram corff rhydd ar ei gyfer, hynny yw, nodwch yr holl rymoedd sy'n gweithredu ar y gwrthrych. (Nid oes angen meintiau rhifiadol ar hyn o bryd.) [2 farc]

(ii) Cyfrifwch faint y grym tynnu, gan nodi'n glir yr hafaliad mudiant perthnasol yn seiliedig ar eich diagram corff rhydd yn (i). [2 farc]

(b) (i) Brasluniwch ddiagram corff rhydd ar wahân ar gyfer pob bloc unigol, gan ddangos yr holl rymoedd sy'n gweithredu ar y bloc. (Nid oes angen meintiau rhifiadol ar hyn o bryd.) [7 marc]

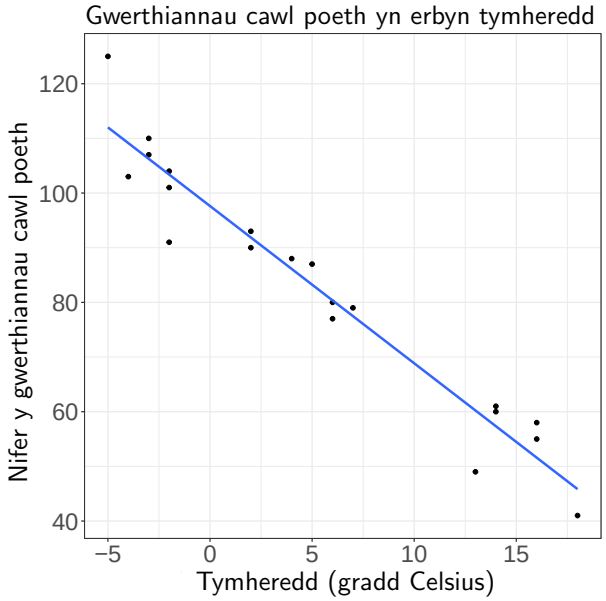
(ii) Trwy hyn, cyfrifwch y grymoedd tyniant yn y ddwy raff rhwng y blociau, gan ddechrau o hafaliadau mudiant yn seiliedig ar **ddau** o'r tri diagram yn (i). Nodwch yn glir pa ddiagramau rydych chi'n eu defnyddio. [6 marc]

(iii) Gwiriwch fod yr hafaliad mudiant sy'n seiliedig ar y diagram **sy'n weddill** bellach wedi'i fodloni gan y grymoedd tyniant a gawsoch yn (ii). [3 marc]

Sylwer: i gael marciau llawn yn rhan (b) (ii)-(iii) rhaid i'ch gwaith cyfrifo fod yn ddigonol i ddangos cysondeb â'r diagramau corff rhydd y mae eich rhesymiad yn seiliedig arnynt.

11. (a) Mae gan ymchwilwyr ddiddordeb mewn sefydlu a yw cyfran y dynion yn y boblogaeth sy'n lliwddall yn fwy na 10%. Mewn sampl ar hap o 50 o ddynion, canfuwyd bod 9 yn lliwddall. Gan nodi'n glir eich rhagdybiaeth nwl a'ch rhagdybiaeth amgen, a dosraniad yr ystadegyn prawf perthnasol, aseswch y dystiolaeth (ar lefel 5%) bod y gyfran sy'n lliwddall yn fwy na 10%. [9 marc]

(b) Roedd gan fusnes fan arlwyo ddiddordeb yn y berthynas rhwng tymheredd yr aer y tu allan a nifer y dognau cawl poeth a werthwyd. Fe gasglon nhw ddata ar y tymheredd a nifer y gwerthiannau cawl poeth ar bob un o'r 20 diwrnod wedi'i wasgaru trwy gydol y flwyddyn. Cawsant y plot canlynol.



Hafliad y llinell ffitiedig yw

$$\text{gwerthiannau cawl} = 97.6 - 2.9 \times \text{tymheredd}.$$

(i) Disgrifiwch y berthynas rhwng tymheredd a nifer y gwerthiannau cawl poeth, gan gynnwys y defnydd o'r gair *cydberthyniad*. [3 marc]

(ii) Beth yw'r nifer a ragwelir o werthiannau cawl poeth ar dymheredd o 10 gradd Celsius? [2 farc]

(iii) Eglurwch yn glir ystyr y ddau rif yn hafaliad y llinell ffitiedig. [4 marc]

(iv) Tybiwch, ar gyfer ail gynnyrch, bod newidiadau mewn tymheredd yn cael effaith llai (ond dal yn lleihaol) ar werthiannau, a'r swm a werthir ar 0 gradd Celsius yw 120 uned. Disgrifiwch sut fyddai'r llinell ffitiedig yn edrych ar gyfer yr ail gynnyrch hwn (o'i gymharu â'r cyntaf) ar gyfer tymereddau sy'n fwy na neu'n hafal i 0 gradd Celsius. [2 farc]